

Ulrich Trottenberg und Bernhard Thomas

# Algorithmen und Big Data als Elemente der Digitalen Bildung und Kultur

In dieser Minute, während wir dies schreiben, beantwortet Google rund vier Millionen Suchanfragen, und bei Facebook werden rund drei Millionen Einträge gepostet — Zahlen, die schon wieder veraltet sind, wenn dieser Artikel erscheint. Das ist die Dynamik der digitalen Realität. Je nachdem, wie Presse und Medien die digitale Zukunft sehen und einschätzen, ist von digitaler Transformation oder von “Digitaler Revolution” die Rede.

Wie geht die Öffentlichkeit mit diesen Entwicklungen um? Tagtäglich erscheinen vielerlei Zeitungsartikel zur digitalen Thematik, die allerdings oft nur begrenzt aufklären, dafür aber von Interpretation und Bewertung geprägt sind. Das digitale Bild, das die Medien insgesamt zeichnen, ist diffus. Die mathematisch-informatische Inkompetenz vieler Journalisten (und Politiker) ist haarsträubend. Sie sind sich nicht zu schade, in Talkshows mit ihren mangelhaften Schulleistungen in Mathematik zu kokettieren — aber sie haben keine Bedenken, die Öffentlichkeit über die Gefahren von Big Data, Algorithmen und Künstlicher Intelligenz (KI) zu “informieren”. Statt der dringend notwendigen Aufklärung tragen die Medien auf diese Weise eher zur Verwirrung der Öffentlichkeit bei.

Gewohnt an die Ambiguität der Berichterstattung und der Kommentare über staats- und gesellschaftspolitische Themen, unterliegt der öffentliche Leser geradezu machtlos der mit transportierten Konnotation, wehrt ab, sorgt sich, entwickelt und verbreitet seinerseits Ängste über Dinge, die im Kern mathematisch-informatisch fundiert sind und damit durchaus erklärbar und sachlicher Beurteilung zugänglich.

In der allgemeinen Presse überwiegen die kritischen Stimmen, die auf die Risiken und Bedrohungen dieser Entwicklungen hinweisen: auf durch die NSA-Affäre aufgedeckte Ausspähungen, auf durch Hacker-Angriffe erkannte Sicherheitslücken, auf den Missbrauch persönlicher Daten. In der Fachpresse stehen dagegen eher die Chancen der Entwicklungen im Vordergrund, bis hin zu euphorischer Begeisterung für die “Gigabit-Gesellschaft”, die digital gesteuerte “Industrie 4.0”, die messdatenbasierte personalisierte Medizin, die vollautomatische, gefahrlose Mobilität, KI-gesteuerte Entscheidungsprozesse [z. B. Moorstedt: So beeinflusst Googles RankBrain] usw. usw.

Der komfortable Weg des grenzenlosen Vertrauens ist uns offenbar nachhaltig versperrt. Was wir tun können, ist, uns dem digitalen Wandel mit “Verständnis” zu stellen: Verständnis erwerben und vermitteln, um die Entwicklungen beurteilen zu können, entscheidungsfähig zu bleiben und den digitalen Wandel eigenverantwortlich zu gestalten. Die Autoren plädieren für eine in diesem Sinne verstandene *Digitale Bildung* als Grundlage — in den Lebensphasen und -prozessen, in denen

Verstehen und Urteilsvermögen aufgebaut und vermittelt werden. Es werden praktische Vorschläge gemacht für ihre konkrete Ausprägung in jedem Glied der Bildungskette, beginnend in der Schule oder schon in Vorschul-Einrichtungen — mit den Schwerpunkten *Big Data* und *Algorithmen* im mathematisch-informatischen Unterricht.

Warum Big Data und Algorithmen? Schon die heutige Datenfülle in der Größenordnung von Zettabyte (10 hoch 21 Byte — auf DVDs gespeichert ein Stapel, der bis zum Mond reicht [Steinbecher/Schumann]), und die zukünftige Datenexplosion, wenn erst das “Internet der Dinge” voll realisiert ist, sind das zentrale Charakteristikum der Digitalen Revolution. Aber welche Bedeutung hätte Big Data, wenn die Daten nicht durch mathematisch-informatische Algorithmen interpretiert und analysiert werden könnten? Vor diesem Hintergrund und dieser Feststellung halten wir Algorithmen für das Kernelement der Entwicklung — und zentral für das Verständnis, das wir mit der Digitalen Bildung erreichen wollen.

## 1. Die Digitale Revolution

Die alles durchdringende Digitalisierung ist dabei, unsere Welt — Gesellschaft, Wirtschaft, Kultur und Wissenschaft — dramatisch zu verändern. Der digitale Wandel erfasst jeden, persönlich und nicht mehr beschränkt auf das Arbeitsumfeld. Wenn von Digitaler Revolution die Rede ist, dann in bewusst gewählter Analogie zum historischen Verständnis der Industriellen Revolution [Brynjolfsson / McAfee]. Der Durchdringungsgrad nimmt allerdings bisher nie gesehene, ungeahnte Dimensionen an.

Wie begegnen wir diesem Wandel? Können wir ihn verstehen und steuern, so dass er uns Nutzen bringt und nicht Bedrohung? Verstehen wir die Ursachen, die Entwicklungen? Und wie kann sich eine Gesellschaft — generationenübergreifend — vorbereiten auf aktuelle und künftige Ausprägungen eines Prozesses, in dem wir selbst zugleich Subjekt, Objekt und Instrument sind?

Beginnen wir bei den Ursachen für diese dramatische Entwicklung.

In Wirtschaft und Öffentlichkeit wird als Ursache für die Digitale Revolution gern die Entwicklung der “IT” genannt, also die Fortschritte der Informationstechnologie, in den letzten 20 bis 30 Jahren. Gemeint ist eine Zusammenfassung verschiedener Entwicklungen, die nicht zwischen den mathematischen und den physikalischen Elementen, den Elementen der Theoretischen und der Technischen Informatik, der Software- und Speichertechnik unterscheidet. Für den Zweck dieses Artikels möchten wir die Entwicklungen vereinfacht in folgende vier Bereiche einteilen:

- Rechner (Hardware)
- Netze
- Algorithmen (und Software)
- Daten

Die Digitale Revolution entsteht dann durch das Zusammenspiel und die gegenseitige Verstärkung dieser Entwicklungen. (Zum Beispiel multiplizieren sich die Faktoren der Leistungssteigerung der Rechner und der — manchmal sprunghaften — Beschleunigung der Algorithmen [Trottenberg 2015a]). Und im Hinblick auf die praktische Anwendung sind zusätzlich auch die verschiedenen Teildisziplinen der “Bindestrich-Informatik” mit einzubeziehen, die Wirtschafts-, Geo-, Bio-, Medizin-, Kultur- usw. -Informatik.

Diese Zusammenhänge zu verstehen bedarf es eines gewissen “digitalen Basisverständnisses”, das damit Gegenstand des Bildungsprozesses sein sollte. Wir führen das in der Folge am Kernthema der Algorithmen näher aus.

Ein Wort zur Rechnerentwicklung, die gern durch “Moore’s Law” charakterisiert wird. Diese von Gordon Moore im Jahre 1965 — zunächst für ein Jahrzehnt — formulierte Prognose besagt vereinfacht, dass sich die Rechnerleistung etwa alle 18 Monate verdoppelt [Trottenberg 2015a]. Das bedeutet praktisch, dass die Leistung alle fünf Jahre um den Faktor 10 steigt, also in 30 Jahren um den Faktor 1 Million: Das Smartphone rechnet heute so schnell wie ein raumfüllender Superrechner vor 30 Jahren.

## 2. Wege in eine Digitale Bildungsreform

Der Begriff der “Digitalen Bildung”, wenn auch in aller Munde, ist nicht wirklich klar definiert — und damit noch gestaltbar. Wenn wir Bildung als Prozess verstehen, über den u. a. Kenntnisse, Verständnis, Fähigkeiten und Verantwortung vermittelt werden, dann müssen wir feststellen, dass die Digitalisierung in den verschiedenen Stufen der Bildungskette, insbesondere der Schule, noch nicht in ausreichender Breite angekommen ist. Die Debatte in Politik und unter Experten über den richtigen Weg in die Digitale Bildung ist in vollem Gange, sie konzentriert sich zurzeit meist auf zwei Aspekte: wie den Schülern und Studierenden ein kompetenter und verantwortungsvoller Umgang mit den digitalen Geräten und Medien vermittelt werden kann, und, wie diese für einen effektiven, z. B. individualisierten online-Unterricht eingesetzt werden können [s. z. B. Dräger / Müller-Eiselt].

Der digitale Wandel findet aber gerade auch durch die bereitwillige, geradezu begeisterte Akzeptanz und Adaption der technologischen Entwicklungen und digitalen Dienste durch die junge Generation statt, sei es durch die intuitive Nutzung neuester Apps, Social Media Kommunikation oder Verteilung persönlicher Daten und digitaler Lebensspuren.

Daher fügen wir der Aufgabe einer digitalen Bildung einen wesentlichen Aspekt hinzu: wie reagiert unser Bildungssystem auf den jungen Menschen im digitalen Wandel, wie und durch wen unterstützt es den jungen Menschen im “Erleben” des digitalen Wandels?

Aus der Vielzahl der Themenkomplexe, die als Inhalte in eine Digitale Bildungsreform aufgenommen werden sollten (s. 3.2.), legen die Autoren aus den schon dargelegten Grün-

den den Fokus hier auf ein Thema, mit dem sie langjährige Erfahrung haben, sowohl wissenschaftlich als auch in der Lehrerbildung: Algorithmen.

Algorithmen spielen auch deshalb eine wichtige Rolle in der digitalen Bildung, weil sie, einerseits, meist unsichtbar im Hintergrund alltäglicher Digitalisierungserfahrung bleiben, andererseits aber in der öffentlichen Diskussion zunehmend Gegenstand von Mystifizierungstendenzen, ethischen Debatten und Regulierungsforderungen [s. z. B. Helbig u. a.] geworden sind. Digitale Bildung sollte hier von Grund auf Klarheit schaffen, indem sie die Rolle von Algorithmen in der Nutzung immer größerer Prozessor-Leistungsfähigkeit, Speicherkapazität und Netzwerkdichte bei den zentralen Themen der digitalen Revolution praktisch verständlich macht.

## 3. Digitalisierung im Unterricht

Wir können den Aspekt des Umgangs mit digitalen Geräten und Medien im Unterricht hier nur kurz skizzieren.

Unser Ansatz ist — insbesondere, was die Algorithmik betrifft — im Kern mathematisch-informatischer Natur, mit vielen disziplinübergreifenden Aspekten bei insbesondere natur-, ingenieur- und wirtschaftswissenschaftlichen Anwendungen. Mathematik oder Informatik sehen wir übrigens nicht als Gegenstand einer Abgrenzungsdiskussion, sondern im Hinblick auf die Digitalisierung im Unterricht als Einheit, mit unterschiedlichen Schwerpunkten, Betonungen und Beiträgen. Ihre Rollen als reine Fachdisziplinen gehen in diesem Kontext in einander über, und das gilt insbesondere für die großen Digitalisierungsthemen (Social Media, Big Data, Künstliche Intelligenz, Social Business, Industrie 4.0 usw.).

Auch die didaktische Ausrichtung ist hier nicht mehr einfach unidirektional zu verstehen. Es sind nicht mehr nur die Pädagogen, die den Schülern Kenntnisse und Fähigkeiten in Digitalisierungsthemen vermitteln, vielmehr haben die Schüler durch die alltägliche Nutzung meist eine breite Kenntnis oder zumindest Erfahrung, die nun seitens der Bildungsvermittler aufgegriffen, verstanden und zurück gespiegelt werden muss. Das ist im Übrigen nichts wirklich Neues: der Gebrauch von PC, Internet, Handy, mp3 und Streaming — technologische Meilensteine, sobald sie für den Consumer-Bereich verfügbar waren — musste der jeweils jungen Generation nicht erst beigebracht werden. Wohl aber die daraus erwachsende “Kompetenz”, in curricularer Definition.

### 3.1. Digitales Basiswissen als Grundlage

Man kann heute davon ausgehen, dass allgemein bekannt ist bzw. im mathematisch-informatischen Unterricht als Grundlagenwissen vermittelt wird, was die Basis aller digitalen Verarbeitung und Kommunikation ist:

- Darstellbarkeit jeder darstellbaren bzw. übermittelbaren Information als Folge von zwei Werten (0 / 1)
- Einfachste logische Operationen (Und, Oder, Negation ...) als elektronische Schaltkreise
- Einfache endliche Automaten (Finite State Machines)

Wird dieses Wissen ergänzt durch

- das Prinzip, elementare Bausteine zusammen zu schalten
- das Prinzip des hierarchischen Aufbaus

- das Prinzip der “Programmierung” oder programmatischen Steuerung (von Neumann, Turing Automat)

dann gelingt es damit, das Konstruktionsprinzip vom Einfachen zum Komplexen, und weiter zum “Unüberschaubaren” zu verstehen oder zumindest zu erahnen. Damit sollten auch Algorithmen aus Sicht der Programmierung von Automaten nicht mehr unverständlich und geheimnisvoll sein.

### 3.2. Die Digitale Erfahrung als neue Unterrichtsbasis

In der täglichen Erfahrung der Schüler spielen die Grundlagen allerdings eher keine Rolle. Um die Digitalisierung und deren Auswirkungen zu vermitteln, muss aber gerade diese Erfahrungsebene zusätzlich angesprochen werden. Hier sehen wir großen Nachholbedarf in den heutigen Lehrplänen und -kompetenzen.

Aufbauend auf digitalem Basiswissen als Grundlage könnte ein Lehrplan “Digitalisierung” — fächerübergreifend — Unterrichtsreihen, Projekte, Schwerpunkte zum Einstieg in hierfür relevante Themen entwickeln. Einige Beispiele:

- Smartphone-Informatik (Smartphones, iOS/Android u. a., Apps, Groups, Clouds)
- Ethische Informatik (Ethical Hacking, Datenschutz, Persönlichkeitsrechte, Etikette, Anonymität und Anonymisierung)
- Algorithmen (s. dazu Abschnitte 4. und 5.)
- Das Netz — die Netze (Vom WWW zum “Internet”, Facebook, Google und andere)
- Soziale Informatik (Social Media, Verhalten, Gefahren, das Digitale Leben, der Digitale “Tod“)
- Big Data (Analytics, Marketing, Verhaltensprognostik, “Vergessen” im Internet)
- Suchen und Finden (Algorithmen, Suchmaschinen, Anbieter, Auswertungen, Toolkits, Google u. a.)
- KI-Algorithmen (Entscheidung, Lernen, Mustererkennung, Discovery)

Wir werden hieraus im Folgenden den Themenbereich Algorithmen näher skizzieren, den wir als Schwerpunktthema der Digitalen Bildung positionieren –auf der Basis überaus positiver Erfahrungen aus der Lehreraus- und -fortbildung und der schulischen Praxis.

## 4. Algorithmen im Unterricht

Noch vor 10 Jahren war der Begriff des Algorithmus ein mathematisch-informatischer Fachbegriff, in der Öffentlichkeit kaum bekannt und benutzt. Das hat sich in den letzten fünf Jahren fundamental geändert. “Algorithmen” haben sich zu einem in Presse und Medien allgegenwärtigen Schlagwort entwickelt. Insbesondere wenn es darum geht, die mit den aktuellen digitalen Entwicklungen verbundenen Risiken anzusprechen, werden Algorithmen gern für unerwünschte und problematische Effekte verantwortlich gemacht. Dabei gehen berechtigte Bedenken etwa über berufliche, wirtschaftliche, medizinische (Vor-) Entscheidungen, die ohne menschliche Kontrolle von Algorithmen getroffen werden, über in dramati-

sierende Bewertungen wie “sie wissen alles”, “sie entscheiden über unser gesamtes Dasein” usw. Andererseits werden phantastische Visionen mit Algorithmen in Verbindung gebracht, etwa bei langfristigen Prognosen der künstlichen Intelligenz. Es geht hin und her — zwischen Angst und Begeisterung. Dabei spielt sicher eine Rolle, dass “Algorithmus” geheimnisvoll klingt, anders als etwa Computerprogramm oder Software. Und viel zu selten wird deutlich gemacht, dass der gleiche Algorithmus je nach Anwendung humanitär und destruktiv eingesetzt werden kann [Trottenberg 2014].

Ein Algorithmus ist nichts weiter als eine eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems (oder einer Klasse von Problemen), eine Handlungsvorschrift, die aus endlich vielen wohldefinierten klar umrissenen Einzelschritten besteht und zu einem wohldefinierten Ergebnis führt — wobei das auch darin bestehen kann, dass es keine Lösung gibt.

In diesem sehr allgemeinen Sinn sind auch z. B. klar formulierte Kochrezepte und präzise Wegbeschreibungen Algorithmen. Praktisch wird der Begriff allerdings meist für Rechenvorschriften oder Vorschriften zur Verarbeitung von Daten benutzt.<sup>1</sup>

Wir unterscheiden im Folgenden — vereinfachend — vier Kategorien von Algorithmen. Dabei orientieren wir uns zunächst nicht an der Fülle möglicher Anwendungen, sondern eher an den zugrundeliegenden mathematisch-informatischen Prinzipien:

1. Elementare Algorithmen
2. Mathematische Algorithmen (Berechnung, Simulation)
3. Informatische Algorithmen (Datenverarbeitung, Visualisierung, Datenanalyse)
4. Übergreifende Algorithmen (Kombinationen, multidisziplinäre Algorithmen, Steuerung, etc.)

Die folgende Tabelle listet eine Reihe von Algorithmen der verschiedenen Kategorien auf, die wir für den Schulunterricht für geeignet halten und mit deren Behandlung wir in Seminaren und Workshops für Lehrer, Lehramtskandidaten und Schüler sehr gute Erfahrungen gesammelt haben. Wir merken auch an, für welche Schulstufe wir die unterrichtliche Behandlung empfehlen. Einige der Algorithmen können z. B. in der Sekundarstufe I elementar eingeführt und in der Sekundarstufe II (etwa im Leistungskurs) mathematisch vertieft diskutiert und analysiert werden.

<sup>1</sup> Die Herkunft des Wortes “Algorithmus” nimmt Bezug auf den Universalgelehrten, Mathematiker und Astronom Al-Chwarizmi (Bagdad, ca. 780 — 840), der u. a. Beiträge zur Lösung elementarer Gleichungen und zur Verbreitung der Zahl Null im Rahmen des Dezimalsystems leistete.

Beispiele für Algorithmen für die Schule:<sup>2</sup>

Algorithmus	Bereich	Schulstufe	Kat	MU
Schriftliche Multiplikation	elementares Rechnen	Grundschule	1	
0/1-Darstellung beliebiger Dezimalzahlen	elementare Informatik	Grundschule, Sekundarstufe I	1	
Euklidischer Algorithmus	elementare Zahlentheorie	Grundschule, Sekundarstufe I	1	
Elementare Verschlüsselung, z. B. "Caesar"	elementare Informatik	Grundschule	1	
Gaußscher Algorithmus	lineare Algebra, elementare Numerik	Sekundarstufe I/II	2	
Matrixmultiplikation	lineare Algebra	Sekundarstufe I/II	2	
Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	elementare Numerik	Sekundarstufe I/II	2	
Suchen und Sortieren	elementare Informatik	Sekundarstufe I/II	3	
Optimale Wege, elementare Heuristiken	elementare Optimierung	Sekundarstufe I	3	X
Schnelle Lösung linearer Gleichungssysteme	Analysis, Numerik	Sekundarstufe II	2	X
RSA-Verschlüsselung	elementare Zahlentheorie	Sekundarstufe I/II	3	
TSP (s. Abschnitt 5), P/NP-Problematik	kombinatorische Optimierung	Sekundarstufe I/II	3	X
Simplex-Verfahren	lineare Optimierung	Sekundarstufe I/II	2	
Verkehrs- / Stausimulation, zelluläre Automaten u. a.	Simulation	Sekundarstufe I/II	3	X
Absorbierende Markow-Ketten	elementare Wahrscheinlichkeit	Sekundarstufe I/II	2	X
mp3	Analysis, Fouriertransformation, Akustik	Sekundarstufe II	2, 4	X
Datencodierung und -kompression	Informatik	Sekundarstufe I/II	3	
GPS	Analysis, Relativitätstheorie	Sekundarstufe II	2, 4	
Google Page-Ranking	lineare Algebra, Analysis	Sekundarstufe II	2, 4	
Interpolation: Polynom-, Spline-Interpolation u. a.	Analysis, Numerik	Sekundarstufe I/II	2	
Wavelets	Analysis, Numerik	Sekundarstufe II	2	

Mit mehreren der oben aufgelisteten Algorithmen haben Schüler täglich zu tun, indem sie die zugehörigen Geräte oder Apps benutzen — ohne sich über die mathematischen Zusammenhänge und algorithmischen Hintergründe auch nur ansatzweise im Klaren zu sein: Hier sind zu nennen

unter anderem Verschlüsselung (Bankkarte), mp3 (Musik), GPS (Navigation), Page-Ranking (Google).

Die folgenden Algorithmen sind insofern von besonderer Bedeutung, als sie Basisalgorithmen für den Komplex der "Big Data Analytics", für maschinelles Lernen und Data Mining darstellen und damit besonders aktuell sind.

Algorithmus	Bereich	Schulstufe	Kat	MU
SVM: Support Vector Machines, Kernbasierte Verfahren	Klassifizierung, Statistik, Informatik	Sekundarstufe II	3, 4	
PCA: Hauptkomponentenanalyse, SVD	multivariate Statistik	Sekundarstufe II	2, 3, 4	
HMM: Hidden Markow Model	Stochastik, Computerlinguistik	Sekundarstufe II	3, 4	
Neuronale Netze	maschinelles Lernen	Sekundarstufe II	3	

<sup>2</sup> Spalte MU: X — Diese Beispiele und zugehörige didaktische Konzepte sind in (Schüler u. a.) detailliert ausgeführt.

Als ein wichtiger Grundstein für viele Simulationen können darüber hinaus behandelt werden:

Algorithmus	Bereich	Schulstufe	Kat	MU
Zufallszahlen	elementare Statistik	Grundschule, Sekundarstufe I / II	2	
Das Ziegen-Problem: Simulations-Algorithmus unter Verwendung von Zufallszahlen	elementare Wahrscheinlichkeit	Sekundarstufe I / II	2	

Das Ziegenproblem ist nur ein Beispiel von vielen, die kombiniert mit Zufallszahlenalgorithmen als Simulationsspiele sehr reizvoll sind.

Für die meisten der oben aufgelisteten Algorithmen finden sich im Internet sehr brauchbare Visualisierungen, die elegant in den Unterricht eingebaut werden können. Viele der Unterrichtseinheiten können auch spielerisch eingeführt werden, etwa im Wettbewerb der Schüler unter einander. (Siehe das Beispiel im folgenden Abschnitt 5.) Der didaktischen Phantasie sind keine Grenzen gesetzt.

Eine wesentliche Erkenntnis aus der Behandlung obiger Unterrichtsinhalte ist darüber hinaus, dass sich auch sehr aktuelle algorithmische Entwicklungen auf einige wenige mathematische Prinzipien zurückführen lassen. Komplexe Software-Systeme beruhen ihrerseits in der Regel auf der Kombination einer Vielzahl von Algorithmen.

Einige der oben aufgelisteten Algorithmen haben Grundlagencharakter. Die meisten der aufgeführten Algorithmen haben aber eine große Lebensnähe, Schüler gehen mit diesen Algorithmen täglich um (ohne sich dessen bewusst zu sein). Damit beantworten sich die im klassischen Mathematik-Unterricht nur allzu beliebten (und leider oft berechtigten) Schülerfragen "Warum machen wir das überhaupt? Was hat das mit der Wirklichkeit zu tun? Werden wir das jemals im Leben brauchen?" von selbst. Die Schüler kommen gar nicht auf die Idee, solche Fragen zu stellen.

## 5. Die Schüler als Algorithmiker: Ein Beispiel

Wir wollen ein Beispiel für "Algorithmen im Unterricht" aus obiger Liste etwas genauer betrachten: Das *Travelling-Salesman-Problem* (TSP, *Problem des Handlungsreisenden*).

Diese Thematik gehört zum Bereich der kombinatorischen (diskreten) Optimierung, ist — schon in der Grundschule — elementar behandelbar, kann aber systematisch mit weitergehenden mathematisch-informatischen Überlegungen ausgebaut (Sekundarstufe I) und schließlich mit der Komplexitätstheoretischen Durchdringung sehr weit in die Thematik der NP-vollständigen Probleme fortgeführt werden (Sekundarstufe II).

*Es geht bei der Problemstellung darum, bei  $n$  gegebenen Städten mit bekannten, vorgegebenen Entfernungen eine möglichst kurze Rundreise durch diese  $n$  Städte zu finden. Dabei soll jede Stadt nur einmal besucht werden, aber der Startort soll am Ende wieder erreicht werden.*

Dieses unmittelbar verständliche, auf den ersten Blick einfach erscheinende Problem hat es in sich. Die Anzahl der möglichen Wege steigt mit der Anzahl  $n$  der Städte wie  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$ , und das heißt überexponentiell an.

Für wenige Städte kann man das Problem noch "tabellarisch" optimal lösen, indem man alle möglichen Lösungen ausprobiert: Bei drei bzw. vier bzw. fünf Städten gibt es sechs bzw. 24 bzw. 120 Möglichkeiten. Aber schon bei 14 Städten liegt die Anzahl der Möglichkeiten bei 86 Milliarden, und bei 17 Städten bei 354 Billionen.

Startet man (in der Sekundarstufe I) den Unterricht z. B. mit dem sog. Rheinlandproblem, den sechs Städten Aachen, Bonn, Düsseldorf, Frankfurt, Köln und Wuppertal, und einer zugehörigen Entfernungstabelle, und überlässt den Schülern (in Gruppen) das Finden von Lösungen, dann wird man folgende Feststellung [Grötschel] schnell bestätigt finden: "Eine Eigenschaft, die das Problem so faszinierend macht, liegt darin, dass jeder, der sich mit dem Problem beschäftigt, sehr bald gute Einfälle zu seiner Lösung hat." Und das gilt auch für Schüler, die sich mit anderen mathematischen Themen schwer tun.

Die Schüler finden selbständig, z. B. im Rahmen eines Spiels oder Wettbewerbs, eine (in der Regel nicht die optimale) Lösung und entwickeln auf diese Weise selbstständig einen (heuristischen) Algorithmus. Der Zugang kann didaktisch vielfältig gestaltet werden, z. B. kann der gefundene Algorithmus formalisiert, mit anderen Algorithmen verglichen werden, usw. Es gibt eine Fülle ergänzender Fragestellungen, bis hin zu tief liegenden Komplexitäts- und algorithmentheoretischen Betrachtungen.

In jedem Fall verlieren die Schüler ihre Scheu vor dem geheimnisvollen Begriff des Algorithmus. Schließlich: Was sie mit dem Travelling-Salesman-Problem kennenlernen, ist kein exotisches Randthema der Mathematik oder Informatik, sondern ein Problem, das repräsentativ ist für eine Vielzahl kombinatorischer Optimierungsaufgaben von erheblicher praktischer Bedeutung.

## 6. Die Digitale Bildungskette

Die Tabelle der Unterrichtsbeispiele deutet bereits an, dass bestimmte Algorithmen bestimmten Stufen der gesamten Bildungskette (Kindergarten/Vorschule > Grundschule > Sekundarstufe I > Sekundarstufe II > Studium oder vergleichbare weiterführende Bildungsstufen) zugeordnet werden können, jeweils angemessen für die Entwicklungsstufe und den voraussetzenden Wissensstand. Dies ist ein naheliegender und erprobter Ansatz mit eher "deduktivem" Charakter: Es ist vorab definiert, was zu vermitteln ist, und der erreichte Wissensstand bestimmt den adäquaten Zeitpunkt bzw. die passende Phase in der Bildungskette.

Wir können aber auch danach fragen, was Kinder, Jugendliche, junge Erwachsene in der jeweiligen persönlichen

Entwicklungsphase an Interessen und Erfahrungen in Bezug auf die Digitalisierung entwickeln. Der Blick in den Alltag der Heranwachsenden zeigt uns dynamische Phasen, in denen es primär um

- Spiele
  - Multiplayer-Spiele
  - Smartphones und Chats
  - Musik- und Video-Streaming
  - Social Media, insbes. in Form von Apps
  - Tausch- und Streaming-Plattformen
- geht und im weiteren Verlauf um
- Web-Design, Web-Shops und Services
  - Eigene Ideen im Internet Multiverse
  - Digitale Medien und Quellen für Studium, berufliche Entwicklung und Startups,
- um nur einiges zu nennen.

Die Behandlung von Algorithmen lässt sich sinnvoll an diesen “Entwicklungsstufen” orientieren und entsprechend in die einzelnen Stufen der Bildungskette einbringen.

Das erfordert dann allerdings eine gewisse Dynamik in der curricularen Umsetzung. Denn diese Schwerpunkte ändern sich zum einen mit der individuellen Entwicklung, zum anderen mit der Entwicklung der Digitalen Welt. Ersteres kann man weitgehend curricular vorbereiten, das Zweite nur mit einer flexiblen Bildungskonzeption, die den Wandel vorausschauend beobachtet — und auf der Lehrerseite die Kompetenzen und die Fähigkeit entwickelt, die Curricula für die Aufnahme neuer digitaler Strömungen offen zu halten. Hier — und im Aufgreifen der gesamten digitalen Dynamik — kommt der Lehrerfortbildung durch digitale Experten eine überaus gewichtige Rolle zu. Grundsätzlich können wir hier durchaus von einer Offenheit der Pädagogen ausgehen. So zeigt eine bundesweite Lehrerbefragung des Zeitbild Verlags, dass Medienkompetenz und IT-Kenntnisse bei Schülern von einer großen Mehrheit der Lehrer nicht nur im Hinblick auf die Berufsvorbereitung, sondern bereits für den schulischen Alltag für erforderlich gehalten werden [Digitale Bildung]. Wenngleich der Fokus hierbei eher auf IT- und Programmierkenntnissen liegt, lässt sich diese Erwartung zu einer Empfehlung für Algorithmen und deren Anwendung übertragen, mit denen eine tiefere Kompetenz angesprochen wird.

Dabei stellt das Erlernen des Umgangs mit Neuerungen aus dem digitalen Umfeld (Devices, Controls, Apps, Medien) für die Schüler und Lehrer nicht die große Herausforderung dar. Der Umgang damit “erlernt sich von selbst”. Die Bedeutung neuer digitaler Möglichkeiten und die Verantwortung dafür ergeben sich erst aus dem Ziel zu verstehen, was im Hintergrund abläuft. Und das sind, neben dem massiven Datensammeln durch Dritte (Speicher und Verteilung), wiederum die Algorithmen der Aus- und Verwertung.

Vielfach wird in öffentlichen Diskussionen gefordert, dass Schüler *Programmieren* lernen sollten, also — natürlicherweise im Informatik-Unterricht — mindestens eine *Programmiersprache* kennen lernen sollten. Diese Forderung ist durchaus unterstützenswert. Denn natürlich ist die Kenntnis einer Programmiersprache nützlich, sie bringt die Schüler

dem Computer näher und ist auch eine gute Voraussetzung für einen späteren beruflichen oder unternehmerischen Einstieg in die IT-Welt. Wir sehen das Erlernen einer Programmiersprache aber *nicht als Ersatz* zu dem auf Algorithmen ausgerichteten Ansatz. Bei den Algorithmen geht es um mathematisch-informatische (und Anwendungs-) *Inhalte* und die Fähigkeit, diese in ihrem prozessoralen Ablauf zu erkennen und zu beschreiben. Bei der Kenntnis einer oder mehrerer Programmiersprache(n) geht es eher um die formale, wenn auch wichtige Fertigkeit, Algorithmen in einer eindeutigen, kontextfreien Sprache zu formulieren, in der die Bedeutung nicht vom Rezipienten abhängt, sei es Maschine oder Mensch. Ideal wäre natürlich, beides synchron zum Gegenstand des Unterrichts zu machen — Programmierung als Umsetzung eines Algorithmus zu einer Problemstellung. Die Schüler könnten die erarbeiteten Algorithmen dann selbst codieren und auf einem Rechner ausführen und testen.

## 7. **Ausblick: Digitale Kultur und digitale Ethik als Bildungsthema**

Eine wesentliche Erweiterung der gesellschaftlichen Relevanz kommt der Digitalen Bildung durch die kulturelle und ethische Dimension zu. Wir können hier nur einige Aspekte ansprechen, eine Vertiefung drängt sich aber geradezu auf, insbesondere im Hinblick auf die mehrfach angesprochene *digitale Ambivalenz* zwischen Chancen und Risiken.

Auch außerhalb der naturwissenschaftlich-technischen Bereiche gewinnt die Digitalisierung zunehmend an Bedeutung. Dementsprechend sind digitale Techniken, und deren algorithmische Grundlagen, wichtige — und interessante — Themen in Musik, Kunst und Gestaltung für jede Bildungsstufe.

3D-Druck steht heute bereits an vielen Volkshochschulen auf dem Programm. Wie sieht es damit im Kunstunterricht aus? Malerische Gestaltung, Färbung, Fotobearbeitung und Musik- / Sound-Bearbeitung auf digitaler Basis sind weitere Beispiele, die sich für den Unterricht anbieten. Welche Algorithmen stecken dahinter bzw. welche algorithmischen Prinzipien? Welche Gestaltungsmöglichkeiten bieten die Algorithmen, wie kann man sie parametrisieren, überlagern, kombinieren? Was passiert etwa beim Durchwandern eines virtuellen Museums? Welche Komponenten spielen zusammen bei den “erzählenden Parkbänken” in Paris; woher weiß die Bank, wer ich bin und wo ich gerade bin [[www.deutschlandradiokultur.de](http://www.deutschlandradiokultur.de)]?

Konkret sollte die algorithmische Basis, wie oben beschrieben, im Mathematik- bzw. Informatik-Unterricht gelegt werden und der Einsatz algorithmischer Konzepte in anderen Unterrichtsfächern als fächerübergreifender Unterricht behandelt werden.

Fragen der “digitalen Verantwortung”, die Eigenbestimmung am digitalen Footprint, die digitale Existenz und ihre Löschung im Internet, sind Themen, die etwa in den Unterrichtsbereichen von Philosophie, Ethik, Religion und den Sozialwissenschaften zu behandeln sind. Und auch dort werden sich schnell Fragen stellen, die ohne ein Verständnis für die

Bedeutung von Algorithmen kaum sachlich zu behandeln sind. In der Medien-Öffentlichkeit werden solche Fragen heute eher oberflächlich-abstrakt und politisch diskutiert: Gibt es gute und böse Algorithmen [Trottenberg 2015b], wird der Mensch zum Opfer von Algorithmen, sollte man Verbote bzw. andere Formen der Regulierung für Algorithmen festlegen [Digitale Bildung]? Bei der notwendigen Auseinandersetzung mit Algorithmen im Unterricht wird schnell klar, dass der Gegenstand der ethischen Diskussion *der Einsatz, die Verwendung von Algorithmen* bzw. deren Umsetzung in Software-Systeme sein sollte.

Eine "digitale Qualifizierungsoffensive für Pädagogen" [Dräger / Müller-Eiselt] muss hier die Bildungsstätten in die Lage versetzen, Algorithmen konkret verständlich zu machen, Einsicht in ihre kulturellen Potenziale zu vermitteln und eine fundierte ethische Diskussion über ihre Nutzung zu führen.

Der digitale Wandel kommt auf uns alle zu, mit Konsequenzen, über die viel spekuliert wird. Durch ein Verständnis für die algorithmischen Prinzipien, die für diesen Wandel wesentlich sind, erscheint die digitale Zukunft nicht als ein unabwendbares bedrohliches "Naturereignis". Vielmehr als ein Prozess, dem wir nicht hilflos ausgeliefert sind, sondern dessen Gestaltung wir verständnisvoll und mitverantwortlich begleiten und dann auch beeinflussen können.

## Literatur

- Brynjolfsson, Erik / McAfee, Andrew (2015): *The Second Machine Age*, 2. Auflage, Kulmbach: Plassen
- Digitale Bildung gestaltet die Zukunft (2015), in: Presseportal v. 19.11.2015, [www.presseportal.de/pm/7693/3179531](http://www.presseportal.de/pm/7693/3179531)
- Dräger, Jörg / Müller-Eiselt, Ralph (2015): *Die digitale Bildungsrevolution*. München: DVA
- Grötschel, Martin (2007): *Schnelle Rundreisen: Das Travelling-Salesman-Problem*. In: Hußman, Stephan/Lutz-Westphal, Brigitte (Hg.): *Kombinatorische Optimierung erleben*. Wiesbaden: Vieweg
- Helbig, Dirk / Frey, Bruno S. / Gigerenzer, Gerd / Hafen, Ernst / Hagner, Michael / Hofstetter, Yvonne / van den Hoven, Jeroen / Zicari, Roberto V. / Zwitter, Andrej (2015): *Das Digital-Manifest — Eine Strategie für das digitale Zeitalter*, Spektrum der Wissenschaft v. 12.11.2015
- Moorstedt, Michael (2015): *Wer den Kolibri stört*, in: Süddeutsche Zeitung v. 9.11.2015, S. 13
- Schüller, Anton / Trottenberg, Ulrich / Wienands, Roman (2011): *Praxisrelevante Algorithmen und mathematische Modellierung für einen lebensnahen Unterricht*, *Der Mathematikunterricht*, Jahrgang 57, Heft 5, 2011, Seelze: Friedrich
- So beeinflusst Googles RankBrain das Suchmaschinenmarketing, *Internetworld Business*, [www.internetworld.de](http://www.internetworld.de) v. 3.11.2015
- Steinbrecher, Michael/Schumann, Rolf (2015): *Update*. Frankfurt am Main: Campus
- Trottenberg, Ulrich (2014): *Prinzipiell wertneutral — Wer die Herrschaft der Algorithmen verteuflert, macht es sich zu einfach*. In: *Glanzlichter der Wissenschaft*, 2014, Stuttgart: Lucius&Lucius
- Trottenberg, Ulrich (2015a): *Grenzen des Wachstums*, in: Süddeutsche Zeitung v. 7.9.2015, S. 11

Trottenberg, Ulrich (2015b): *Gute Zahlen, schlechte Zahlen — Die Verantwortung der Mathematik in digitaler Zeit*, in: Süddeutsche Zeitung v. 13.1.2015, S. 11  
[www.deutschlandradiokultur.de/smartphone-app-die-sprechenden-parkbaenke-von-paris.2165.de.html?dram:article\\_id=336125](http://www.deutschlandradiokultur.de/smartphone-app-die-sprechenden-parkbaenke-von-paris.2165.de.html?dram:article_id=336125)

**Dr. Bernhard Thomas**, Diplom-Mathematiker, Promotion an der Universität zu Köln, Habilitation im Fachgebiet Theoretische Biologie. 1986 bei SUPRENUM Leitung der Parallelisierung von numerischer Anwendungssoftware für das erste deutsche MIMD Supercomputer-Projekt. 1991 Wechsel zum Automobilzulieferer Continental AG als Leiter der DV-Infrastruktur und dort seit 2008 als CTO verantwortlich für die strategische Entwicklung der IT-Infrastruktur und ITSecurity im Konzern. Seit Mai 2013 selbstständiger Berater für Technologie und IT Management. Er ist Senior Partner der InterScience GmbH und weiterhin als Privatdozent an der Universität zu Köln tätig.

**Univ.-Prof. Dr. Ulrich Trottenberg** war bis zu seiner Emeritierung 2012 Leiter des Fraunhofer-Instituts für Algorithmen und Wissenschaftliches Rechnen und Professor für Angewandte Mathematik an der Universität zu Köln. Frühere Stationen: Professuren an den Universitäten Bonn, Essen und New York, Leiter des Instituts für Simulation und Softwaretechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt, Geschäftsführer der SUPRENUM GmbH und der Pallas GmbH. Er widmet sich seit seiner Emeritierung als Geschäftsführer der InterScience GmbH u. a. dem Thema Digitale Bildung und der algorithmischen und Management-Beratung junger IT- Unternehmen.